

# Récupération optimale de l'énergie dans les réseaux d'échangeurs de chaleur—II. Etude de cas particuliers et classification des réseaux possibles

C. GUIGLION, S. DOMENECH, L. PIBOULEAU et M. BELKEBIR  
ENSIGC, UA CNRS 192, Chemin de la Loge, 31078 Toulouse Cedex, France

(Reçu le 7 janvier 1988 et sous forme finale le 31 mars 1988)

**Résumé**—Après avoir étudié dans le cas général, dans la première partie, la fonction  $Q_R(\Delta T)$  représentant l'énergie récupérable en fonction de l'écart de température entre courants chauds et froids, on approfondit ici l'étude lorsque les chaleurs spécifiques sont constantes et les changements de phase exclus. On établit que dans ce cas, la fonction est affine par morceaux et l'on présente deux exemples d'illustration. Revenant au cas général, on poursuit l'étude purement thermodynamique qui conduit à une classification des réseaux et à une analyse de l'écart à l'optimalité ; un exemple d'application est détaillé.

## 1. ETUDE DE $Q_R(e)$ LORSQUE $q_F$ ET $q_c$ SONT CONTINUES ET AFFINES PAR MORCEAUX

### 1.1. Définitions

SOIT  $m$  un intervalle de  $R$ . On désigne par  $\sigma_g(m)$  son extrémité gauche (éventuellement exclue de  $m$ , éventuellement égale à  $-\infty$ ) et par  $\sigma_d(m)$  son extrémité droite (éventuellement exclue de  $m$ , éventuellement égale à  $\infty$ ). Lorsqu'aucune extrémité ayant une valeur finie n'est exclue, on dit que  $m$  constitue un intervalle fermé. Nous désignerons par morcellement de  $R$  tout ensemble fini non vide d'intervalles de  $R$  dont aucun n'est réduit à un point, l'intersection de deux de ces intervalles étant vide ou réduite à un point, la réunion de tous ces intervalles étant égale à  $R$ .

L'hypothèse selon laquelle  $q_F$  et  $q_c$  sont des fonctions continues affines par morceaux permet d'assurer l'existence de  $M_F$ ,  $\alpha_F$ ,  $\beta_F$ ,  $M_c$ ,  $\alpha_c$ ,  $\beta_c$  satisfaisant les conditions suivantes :

- $M_F$  (resp.  $M_c$ ) est un morcellement de  $R$  dont les éléments  $m_F$  (resp.  $m_c$ ) sont des intervalles fermés.
- $\alpha_F$ ,  $\beta_F$  (resp.  $\alpha_c$ ,  $\beta_c$ ) sont des applications de  $M_F$  (resp.  $M_c$ ) dans  $R$  telles que :

$$\forall m_F \in M_F \quad \text{et} \quad \forall T_F \in m_F$$

$$q_F(T_F) = \alpha_F(m_F) \cdot T_F + \beta_F(m_F)$$

et

$$\forall m_c \in M_c \quad \text{et} \quad \forall T_c \in m_c$$

$$q_c(T_c) = \alpha_c(m_c) \cdot T_c + \beta_c(m_c).$$

### 1.2. Remarque

Si  $q_F$  et  $q_c$ , bien qu'affines par morceaux n'étaient pas continues, alors la condition selon laquelle tous les intervalles constituant les morcellements  $M_F$  et  $M_c$  sont des intervalles fermés ne serait plus vérifiée.

- $\forall m_F \in M_F$ ,  $\sigma_g(m_F)$  et  $\sigma_d(m_F)$  ne sont pas l'un et

l'autre infinis.  $\sigma_F(m_F) \geq 0$ . Si  $\alpha_F(m_F) > 0$ , alors  $\sigma_g(m_F)$  et  $\sigma_d(m_F)$  sont l'un et l'autre finis.

(b)  $\forall m_c \in M_c$ ,  $\sigma_g(m_c)$  et  $\sigma_d(m_c)$  ne sont pas l'un et l'autre infinis.  $\alpha_c(m_c) \leq 0$ . Si  $\alpha_c(m_c) < 0$ , alors  $\sigma_g(m_c)$  et  $\sigma_d(m_c)$  sont l'un et l'autre finis.

### 1.3. Evaluation de $Q_R(e)$

Etant donné  $m_F \in M_F$  et  $m_c \in M_c$ , nous désignerons par  $f_{m_F, m_c}(e)$  la fonction de  $e$  représentant la plus petite valeur que peut prendre  $q_F(T_F) + q_c(T_c)$  lorsque le couple  $(T_F, T_c)$  varie sous les contraintes

$$T_F \in m_F$$

$$T_c \in m_c$$

$$T_c - T_F = e$$

$f_{m_F, m_c}(e)$  n'est donc définie que s'il existe au moins un couple  $(T_F, T_c)$  satisfaisant les conditions précédentes. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que :

$$\sigma_g(m_c) - \sigma_d(m_F) \leq e \leq \sigma_d(m_c) - \sigma_g(m_F).$$

Si ces contraintes sont satisfaites, le calcul analytique de  $f_{m_F, m_c}(e)$  correspond à un problème de programmation linéaire qui conduit aux résultats suivants, en considérant plusieurs cas.

Si  $\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c) = 0$  alors :

$$f_{m_F, m_c}(e) = -\alpha_F(m_F) \cdot e + \beta_F(m_F) + \beta_c(m_c).$$

Si  $\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c) > 0$  alors :

pour

$$\sigma_g(m_c) \text{ fini}, \quad \sigma_g(m_c) - e \in m_F$$

$$f_{m_F, m_c}(e) = q_F(\sigma_g(m_c) - e) + q_c(\sigma_g(m_c)) =$$
$$-\alpha_F(m_F) \cdot e + [\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c)] \cdot \sigma_g(m_c)$$
$$+ \beta_F(m_F) + \beta_c(m_c)$$

pour

## NOMENCLATURE

Tous les flux de chaleur sont des quantités de chaleur par unité de temps exprimés en kW dans les exemples. Les températures sont exprimées en °C dans les exemples.

$f$  désignant une quelconque fonction d'une variable,  $f'_g$  désigne sa dérivée à gauche,  $f'_d$  désigne sa dérivée à droite.

$D$	défaut de récupération d'énergie	$Q_R(e)$	flux de chaleur récupérable sous la contrainte $\Delta T \geq e$
$E_F$	ensemble des extrémités des intervalles $\in M_F$	$q_F, q_c$	fonction représentative des réchauffements (resp. refroidissements) demandés
$E_c$	ensemble des extrémités des intervalles $\in M_c$	$q_{F1}, q_{F2}, q_{c1}, q_{c2}$	fonctions représentatives des résultats d'un partage des réchauffements et refroidissements demandés
$e$	écart de température variable	$\hat{q}_F, \hat{q}_c$	fonction représentative des réchauffements (resp. refroidissements) effectués dans un réseau interne
$F_F, F_c$	ensemble des fonctions susceptibles de représenter un ensemble de réchauffements (resp. refroidissements)	$T_F, T_c$	températures variables
$\hat{F}_F, \hat{F}_c$	ensemble des fonctions susceptibles de représenter une partie des réchauffements (resp. refroidissements) demandés	$\Delta T$	écart de température minimal d'un réseau interne
$f_{mF,mc}(e)$	plus petite valeur que peut prendre $q_F(T_F) + q_c(T_c)$ lorsque le couple $(T_F, T_c)$ varie sous les contraintes $T_F \in m_F, T_c \in m_c, T_c - T_F = e$	$U_F(T_c), U_c(T_F)$	contribution au défaut de récupération due à un mauvais usage des utilités froides (resp. chaudes)
$M_F, M_c$	ensemble des intervalles où les variations de $q_F(T_F)$ (resp. $q_c(T_c)$ ) sont affines	$V(T_F, T_c)$	contribution au défaut de récupération due à un mauvais croisement
$M(q_F, q_c, e)$	plus petite valeur prise par $q_F(T_F) + q_c(T_c)$ lorsque $T_F$ et $T_c$ varient sous la contrainte $T_c - T_F = e$	$W(T_F, T_c)$	terme dont l'annulation caractérise les couples de températures limites.
$m$	intervalle variable		
$m_F, m_{F1}, m_{F2}$	intervalles $\in M_F$		
$m_c, m_{c1}, m_{c2}$	intervalles $\in M_c$		
$N_F, N_c$	nombre de réchauffements (resp. refroidissements) demandés		
$Q$	flux de chaleur échangé dans un réseau interne		
$Q_F, Q_c$	flux de chaleur consommé (resp. fourni) par les réchauffements (resp. refroidissements) demandés		

## Symbols grecs

$\alpha_F(m_F), \beta_F(m_F)$	coefficients représentant les variations de $q_F(T_F)$ dans l'intervalle $m_F$
$\alpha_c(m_c), \beta_c(m_c)$	coefficients représentant les variations de $q_c(T_c)$ dans l'intervalle $m_c$
$\sigma_g(m_F), \sigma_d(m_F)$	extrémité gauche (resp. droite) de l'intervalle $m$ .

$$\sigma_g(m_F) \text{ fini, } \sigma_g(m_F) + e \in m_c$$

$$f_{mF,mc}(e) = q_F(\sigma_g(m_F)) + q_c(\sigma_g(m_F) + e) = \\ \alpha_c(m_c) \cdot e + [\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c)]\sigma_d(m_F) \\ + \beta_F(m_F) + \beta_c(m_c).$$

Si  $\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c) < 0$  alors :

pour

$$\sigma_d(m_c) \text{ fini, } \sigma_d(m_c) - e \in m_F$$

On a vu dans la première partie que  $Q_R(e)$  vaut  $M(q_F, q_c, e)$ , c'est-à-dire la plus petite valeur prise par  $q_F(T_F) + q_c(T_c)$  lorsque  $T_F$  et  $T_c$  varient sous la contrainte  $T_c - T_F = e$ .  $Q_R(e)$  peut donc être calculé comme la plus petite valeur que peut prendre  $f_{mF,mc}(e)$  lorsque  $m_F$  et  $m_c$  varient sous les contraintes :

$$m_F \in M_F, \quad m_c \in M_c, \quad f_{mF,mc}(e) \text{ est défini.}$$

1.4. Autre évaluation de  $Q_R(e)$ 

Nous désignerons par  $E_F$  (resp.  $E_c$ ) l'ensemble des extrémités finies des intervalles  $m_F$  (resp.  $m_c$ ) appartenant à  $M_F$  (resp.  $M_c$ ).

$$f_{mF,mc}(e) = q_F(\sigma_d(m_c) - e) + q_c(\sigma_d(m_c)) = \\ - \alpha_F(m_F) \cdot e + [\alpha_F(m_F) + \alpha_c(m_c)]\sigma_d(m_c) \\ + \beta_F(m_F) + \beta_c(m_c)$$

pour

$$\sigma_d(m_F) \text{ fini, } \sigma_d(m_F) + e \in m_c$$

Pour  $e$  donné,  $m_F \in M_F$ ,  $m_c \in M_c$ ,  $f_{m_F, m_c}(e)$  est nécessairement une des valeurs de la forme

$$q_F(T_F) + q_c(T_F + e) \quad \text{avec} \quad T_F \in E_F$$

ou de la forme

$$q_F(T_c - e) + q_c(T_c) \quad \text{avec} \quad T_c \in E_c.$$

On peut donc, pour  $e$  donné, calculer  $Q_R(e)$  en déterminant les unes après les autres les valeurs de l'une et de l'autre de ces formes et en choisissant la plus petite des valeurs ainsi obtenues. On notera que cette procédure de calcul de  $Q_R(e)$  coïncide pour l'essentiel, avec le "problem table algorithm" proposé par Linnhoff et Flower [1, 2].

## 2. CALCUL DES DERIVEES DE $Q_R(e)$

Nous noterons  $q'_{F,g}$ ,  $q'_{c,g}$ ,  $f'_{m_F, m_c, g}$  et  $Q'_{R,g}$  les dérivées à gauche des fonctions  $q_F$ ,  $q_c$ ,  $f_{m_F, m_c}$  et  $Q_R$  et par ailleurs  $q'_{F,d}$ ,  $q'_{c,d}$ ,  $f'_{m_F, m_c, d}$ ,  $Q'_{R,d}$  les dérivées à droite.  $f'_{m_F, m_c, g}(e)$  n'est définie que pour :

$$\sigma_g(m_c) - \sigma_d(m_F) < e \leq \sigma_d(m_c) - \sigma_g(m_F)$$

$f'_{m_F, m_c, d}(e)$  n'est définie que pour :

$$\sigma_g(m_c) - \sigma_d(m_F) \leq e < \sigma_d(m_c) - \sigma_g(m_F).$$

Lorsqu'il est défini

$$f'_{m_F, m_c, g}(e) = -\alpha_F(m_F) \quad \text{ou bien} \quad \alpha_c(m_c).$$

Lorsqu'il est défini

$$f'_{m_F, m_c, d}(e) = \alpha_c(m_c) \quad \text{ou bien} \quad -\alpha_F(m_F).$$

### 2.1. Evaluation de $Q'_{R,g}(e)$ et $Q'_{R,d}(e)$

Désignons par  $\alpha_g(e)$  (resp.  $\alpha_d(e)$ ) la plus grande (resp. petite) valeur que peut prendre  $f'_{m_F, m_c, g}(e)$  (resp.  $f'_{m_F, m_c, d}(e)$ ) lorsque  $m_F$  et  $m_c$  varient sous les contraintes :

$$m_F \in M_F$$

$$m_c \in M_c$$

$$f_{m_F, m_c}(e) = Q_R(e).$$

Dans ces conditions, on peut trouver  $m_F \in M_F$ ,  $m_c \in M_c$ ,  $e_g \in R$ ,  $e_d \in R$  en sorte que :

$$e_g < e < e_d$$

$$\forall x \text{ tel que } e_g \leq x \leq e$$

$$Q_R(x) = f_{m_F, m_c}(e) + \alpha_g(e) \cdot (x - e) = f_{m_F, m_c}(x)$$

$$\alpha_g(x) = \alpha_g(e)$$

$$\forall x \text{ tel que } e \leq x \leq e_d$$

$$Q_R(x) = f_{m_F, m_c}(e) + \alpha_d(e) \cdot (x - e) = f_{m_F, m_c}(x)$$

$$\alpha_d(x) = \alpha_d(e).$$

Il en résulte :

(1)  $\forall e$ ,  $Q_R(e)$  est une fonction continue à gauche et dérivable à gauche avec  $Q'_{R,g}(e) = \alpha_g(e)$ .

(2)  $\forall e$ ,  $Q_R(e)$  est une fonction continue à droite et dérivable à droite avec  $Q'_{R,d}(e) = \alpha_d(e)$ .

(3)  $\forall e$ , si  $Q'_{R,g}(e) = Q'_{R,d}(e)$ ,  $Q_R(e)$  admet en  $e$  une dérivée seconde nulle.

Ainsi,  $Q_R(e)$  est une fonction continue. Pour montrer que c'est une fonction affine par morceaux, il suffit de montrer que l'ensemble des valeurs de  $e$  pour lesquelles  $Q'_{R,g}(e) \neq Q'_{R,d}(e)$  est un ensemble fini.

### 2.2. Autre évaluation de $Q'_{R,g}(e)$ et $Q'_{R,d}(e)$

$Q'_{R,g}(e)$  est la plus grande valeur que peut prendre : ou bien la forme  $q'_{c,g}(T_c + e)$  avec :

$$T_F \in E_F, \quad q_F(T_F) + q_c(T_F + e) = Q_R(e)$$

ou bien la forme  $q'_{F,g}(T_c - e)$  avec :

$$T_c \in E_c, \quad q_F(T_c - e) + q_c(T_c) = Q_R(e).$$

De même  $Q'_{R,d}(e)$  est la plus petite valeur que peut prendre :

ou bien la forme  $q'_{c,d}(T_c + e)$  avec :

$$T_F \in E_F, \quad q_F(T_F) + q_c(T_F + e) = Q_R(e)$$

ou bien la forme  $q'_{F,d}(T_c - e)$  avec :

$$T_c \in E_c, \quad q_F(T_c - e) + q_c(T_c) = Q_R(e).$$

### 2.3. Valeurs de $e$ pour lesquelles $Q'_{R,g}(e) \neq Q'_{R,d}(e)$

L'identification de ces valeurs présente un double intérêt :

(a) D'une part, l'intérêt pratique, que nous avons déjà souligné, de mettre en évidence les brusques variations de pente de la courbe représentative de la fonction  $Q_R(e)$ , pour guider le choix d'un couple  $(\Delta T, Q)$  parmi ceux qui sont optimaux.

(b) D'autre part l'intérêt théorique de conduire à la preuve que la fonction  $Q_R(e)$  est continue et affine par morceaux (lorsque le sont les fonctions  $q_F(T_F)$  et  $q_c(T_c)$ ).

On vérifiera que si  $e$  est une valeur pour laquelle :

$$Q'_{R,g}(e) \neq Q'_{R,d}(e).$$

Alors on peut trouver  $m_{F1} \in M_F$ ,  $m_{c1} \in M_c$ ,  $m_{F2} \in M_F$ ,  $m_{c2} \in M_c$  en sorte que soient satisfaites les conditions suivantes :

$$\begin{cases} f_{m_{F1}, m_{c1}}(e) = f_{m_{F2}, m_{c2}}(e) \\ f'_{m_{F1}, m_{c1}, g}(e) \neq f'_{m_{F2}, m_{c2}, d}(e). \end{cases}$$

Or, puisque  $f_{m_{F1}, m_{c1}}$  et  $f_{m_{F2}, m_{c2}}$  sont l'une et l'autre une fonction affine par morceaux, il y a au plus 4 valeurs de  $e$  qui permettent de satisfaire les conditions précédentes pour  $m_{F1}$ ,  $m_{c1}$ ,  $m_{F2}$ ,  $m_{c2}$  donnés.

Ainsi,  $N_F$  (resp.  $N_c$ ) désignant le nombre de morceaux du morcellement  $M_F$  (resp.  $M_c$ ), il y a au plus  $4N_F^2N_c^2$  valeurs de  $e$  qui permettent de satisfaire les

Tableau 1. Données numériques des exemples I et II

Courant		Débit calorifique ( $\text{kW} \cdot \text{C}^{-1}$ )	Température d'entrée ( $^{\circ}\text{C}$ )	Température de sortie ( $^{\circ}\text{C}$ )
I	F	10	10	145
	c1	1	180	70
	c2	1	120	80
	c3	2	210	190
	c4	6	60	25
II	F	20	10	115
	c1	1	180	70
	c2	3	140	100
	c3	2	210	190
	c4	10	30	15

conditions précédentes, pour  $m_{\text{F1}}$ ,  $m_{\text{c1}}$ ,  $m_{\text{F2}}$ ,  $m_{\text{c2}}$  variables.

Donc, il y a au plus  $4N_{\text{F}}^2N_{\text{c}}^2$  valeurs de  $e$  pour lesquelles :

$$Q'_{\text{R},g}(e) \neq Q'_{\text{R},d}(e)$$

ce qui achève de montrer que  $Q_{\text{R}}(e)$  est une fonction continue, affine par morceaux, avec au plus  $4N_{\text{F}}^2N_{\text{c}}^2$  morceaux.

Si l'on veut poursuivre l'identification des valeurs de  $e$  pour lesquelles

$$Q'_{\text{R},g}(e) \neq Q'_{\text{R},d}(e)$$

alors il faut examiner les unes après les autres (on est assuré qu'elles sont en nombre fini) les valeurs de  $e$  qui permettent de satisfaire la condition nécessaire que nous venons de présenter, et procéder au calcul de  $Q'_{\text{R},d}$  et  $Q'_{\text{R},g}$  pour chacune d'elles.

#### 2.4. Remarques

Si  $\forall m_{\text{F}} \in M_{\text{F}}$  et  $\forall m_{\text{c}} \in M_{\text{c}}$ ,  $e$  n'est ni une extrémité de l'intervalle de définition de  $f_{m_{\text{F}},m_{\text{c}}}(e)$ , ni une valeur (il y en a une au plus) pour laquelle  $f'_{m_{\text{F}},m_{\text{c}},g}(e) \neq f'_{m_{\text{F}},m_{\text{c}},d}(e)$  alors les valeurs que peut prendre  $f'_{m_{\text{F}},m_{\text{c}},g}(e)$  coïncident avec les valeurs que peut prendre  $f'_{m_{\text{F}},m_{\text{c}},d}(e)$  lorsque  $m_{\text{F}}$  et  $m_{\text{c}}$  varient sous les contraintes indiquées.

$Q'_{\text{R},g}(e)$  qui est la plus grande de ces valeurs est alors supérieur à  $Q'_{\text{R},d}(e)$  qui est la plus petite. On peut donc en conclure que les valeurs de  $e$  pour lesquelles  $Q'_{\text{R},g}(e) \neq Q'_{\text{R},d}(e)$  sont le plus souvent telles que  $Q'_{\text{R},d}(e) < Q'_{\text{R},g}(e)$ , ce qui est plutôt favorable au choix de  $e$  comme valeur de  $\Delta T$  du réseau.

### 3. EXEMPLES D'ILLUSTRATION

Nous présentons deux exemples de construction de la courbe  $Q_{\text{R}}(e)$  dans des cas où il n'y a aucun changement de phase et où les chaleurs spécifiques des produits sont considérées comme constantes; par conséquent les fonctions  $q_{\text{F}}$  et  $q_{\text{c}}$  sont continues et affines par morceaux, il en est donc de même de la fonction  $Q_{\text{R}}(e)$ .

Ces deux exemples concernent un réseau comportant quatre courants chauds et un courant froid dont les caractéristiques: débit calorifique, températures d'entrée et de sortie, sont rassemblées dans le Tableau 1.

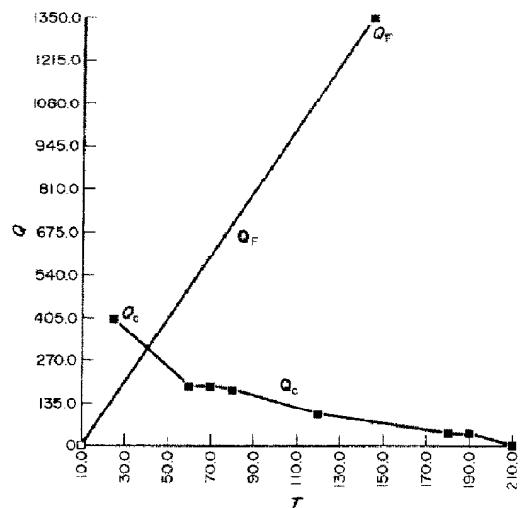


FIG. 1. Représentation des fonctions  $q_{\text{F}}(T_{\text{F}})$  et  $q_{\text{c}}(T_{\text{c}})$  pour l'exemple I.

Nous avons représenté sur les Figs. 1 (exemple I) et 2 (exemple II) l'évolution des fonctions  $q_{\text{F}}$  et  $q_{\text{c}}$  pour les températures comprises entre 10 et 210°C. On constate que la fonction  $q_{\text{c}}$  comporte dans les deux cas sept morceaux.

A partir de ces valeurs, il est possible en mettant en oeuvre la procédure présentée, de déterminer la fonction  $Q_{\text{R}}(e)$  dont nous avons tracé la courbe sur les Figs. 3 (exemple I) et 4 (exemple II) pour un ensemble de valeurs discrètes de  $e$  choisies régulièrement dans l'intervalle (-20, 200°C). On constate d'importantes discontinuités de la dérivée de cette fonction en examinant les différences de pente. Ces discontinuités sont particulièrement intéressantes lorsqu'elles se produisent dans un intervalle de température où les valeurs de  $e$  c'est-à-dire  $\Delta T$  sont le plus souvent choisies, en général  $5 < \Delta T < 25^{\circ}\text{C}$ . Une discontinuité avec une forte pente à gauche et une

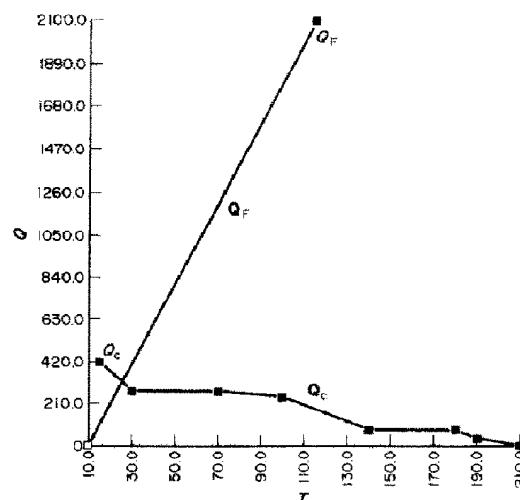


FIG. 2. Représentation des fonctions  $q_{\text{F}}(T_{\text{F}})$  et  $q_{\text{c}}(T_{\text{c}})$  pour l'exemple II.

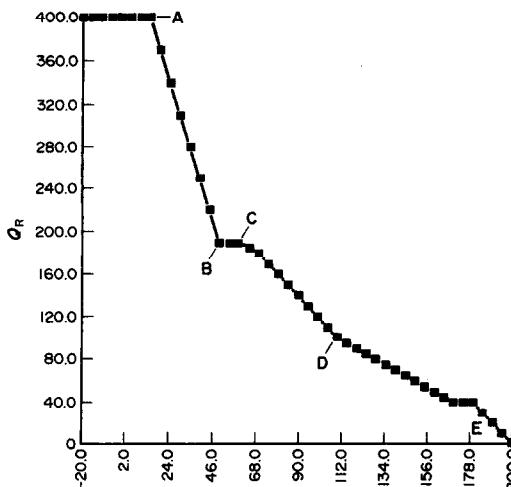


FIG. 3. Représentation de la fonction  $Q_R(e)$  pour l'exemple I.

faible pente à droite représente un mauvais choix de  $\Delta T$ . C'est le cas des points B et D pour chaque exemple. Dans une telle situation, il est préférable d'augmenter sensiblement  $\Delta T$ , ce qui ne diminue que de très peu la valeur de  $Q_R(\Delta T)$ , ou de le diminuer sensiblement, ce qui augmente considérablement  $Q_R(\Delta T)$ .

Au contraire, une discontinuité avec une faible pente à gauche et une forte pente à droite est favorable au choix de  $\Delta T$ . C'est le cas des points A et C pour chaque exemple. En particulier, le point A est intéressant dans l'exemple I puisqu'il correspond à  $\Delta T = 15^\circ\text{C}$  et au maximum de  $Q_R$ . Le point C ( $\Delta T = 60^\circ\text{C}$ ) l'est moins car l'énergie récupérée est inférieure à la moitié de la valeur maximale. Dans l'exemple II, le point A correspond à une valeur  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$  limite dans la mesure où il conduit à une aire d'échange importante. Il faut alors trouver un

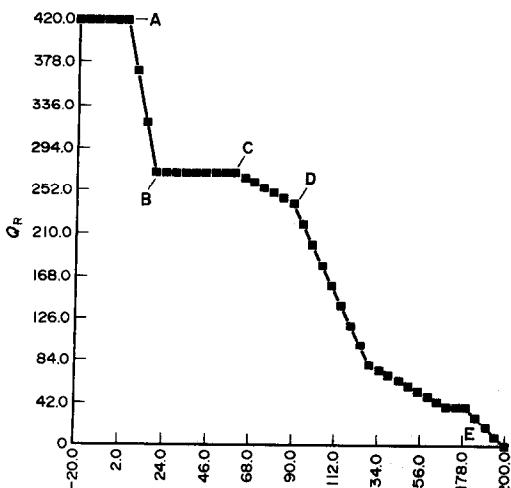


FIG. 4. Représentation de la fonction  $Q_R(e)$  pour l'exemple II.

compromis entre les avantages d'une grande récupération de chaleur et ceux d'une grande valeur de  $\Delta T$ . Le choix du point C ne dépendra que du résultat d'une analyse technico-économique incluant les coûts de fonctionnement (consommation des utilités) et ceux d'investissement directement liés à l'aire d'échange globale et au nombre d'appareils.

#### 4. CLASSIFICATION DES RESEAUX POSSIBLES

On se limitera à une classification des réseaux selon leurs réseaux internes. Cette classification se fera en tenant compte des caractéristiques suivantes :  $Q$  et  $\Delta T$  qui ont déjà été définis, les fonctions  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_C$  représentatives des réchauffements et refroidissements effectués dans le réseau interne.

##### 4.1. *Contraintes auxquelles sont soumises les fonctions $\hat{q}_F$ et $\hat{q}_C$*

Nous désignerons  $\hat{F}_F$  (resp.  $\hat{F}_C$ ) l'ensemble des fonctions susceptibles de représenter une partie des réchauffements (resp. refroidissements) demandés, lesquels sont toujours représentés par la fonction  $q_F$  (resp.  $q_C$ ).

Les fonctions  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_C$  sont astreintes aux conditions :

$$\hat{q}_F \in \hat{F}_F$$

$$\hat{q}_C \in \hat{F}_C.$$

Désignons par  $F_F$  (resp.  $F_C$ ) l'ensemble des fonctions croissantes (resp. décroissantes) au sens large, continues à droite (resp. à gauche), ayant un nombre fini, éventuellement nul, de continuité à gauche (resp. à droite), nulles au dessous (resp. au dessus) d'une certaine valeur de la variable, constantes au dessus (resp. au dessous) d'une certaine valeur.

C'est l'ensemble des fonctions qui satisfont les conditions (déjà indiquées au début du paragraphe 2 de la 1<sup>re</sup> Partie) que doivent satisfaire en tout cas les fonctions représentatives d'un ensemble de réchauffements (resp. refroidissements).

Eventuellement on pourra ajouter à ces conditions celles d'être continue et affine par morceaux.

La condition :  $\hat{q}_F \in \hat{F}_F$ , implique les deux conditions :

$$\hat{q}_F \in F_F, \quad q_F - \hat{q}_F \in F_F.$$

Réciproquement la conjonction de ces deux conditions implique, sinon  $\hat{q}_F \in \hat{F}_F$ , au moins que la fonction  $q_F$  peut être approchée, aussi près qu'il est nécessaire en pratique, par une fonction appartenant à  $\hat{F}_F$ .

Aussi en pratique on peut admettre que la condition :

$$\hat{q}_F \in \hat{F}_F$$

est équivalente aux conditions :

$$\hat{q}_F \in F_F, \quad q_F - \hat{q}_F \in F_F$$

et on peut admettre pour des raisons analogues que la condition :

$$\hat{q}_c \in \hat{F}_c$$

équivaut aux conditions :

$$\hat{q}_c \in F_c, \quad q_c - \hat{q}_c \in F_c.$$

D'autre part la quantité de chaleur prise par les réchauffements représentés par  $\hat{q}_F$  doit être égale à celle fournie par les refroidissements représentés par  $\hat{q}_c$ . Ce qui impose la condition :

$$\text{Max}_{T_F}(\hat{q}_F(T_F)) = \text{Max}_{T_c}(\hat{q}_c(T_c)).$$

Les résultats obtenus dans la première partie montrent qu'étant donnés  $\hat{q}_F \in \hat{F}_F$ ,  $\hat{q}_c \in \hat{F}_c$  et un nombre réel  $e$ , pour que  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_c$  puissent correspondre à un réseau interne ayant un  $\Delta T$  au moins égal à  $e$ , il faut et il suffit que l'on ait :

$$\text{Max}_{T_F}(\hat{q}_F(T_F)) = M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, e) = \text{Max}_{T_c}(\hat{q}_c(T_c)).$$

Il en résulte en particulier que  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_c$  sont en tout cas liés à  $Q$  et  $\Delta T$  par les conditions :

$$Q = \text{Max}_{T_F}(\hat{q}_F(T_F))$$

$$Q = \text{Max}_{T_c}(\hat{q}_c(T_c))$$

$$Q = M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, \Delta T).$$

Conditions qui déterminent  $Q$  mais non  $\Delta T$  car on a nécessairement :

$$M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, e) = Q$$

pour tout  $e \leq \Delta T$ .

Ainsi si les fonctions  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_c$  représentent les réchauffements et refroidissements effectués par le réseau interne considéré, le paramètre  $\Delta T$  représente la manière dont ils sont effectués les uns par les autres.

#### 4.2. Une famille de réseaux internes ayant des propriétés optimales

Lorsque  $(\Delta T, Q)$  est un couple optimal, la démonstration faite dans la première partie de ce travail montre comment obtenir un réseau interne correspondant.

Il suffit de déterminer une partie des réchauffements demandés (resp. refroidissements) qui parmi celles qui consomment (resp. fournissent) un flux de chaleur égal à  $Q$  ont une plus haute (resp. basse) température concernée qui soit la plus basse (resp. haute) possible. Dans un second temps, il suffit de réaliser un réseau d'échanges à contre-courant entre les courants à réchauffer et à refroidir qui ont été ainsi sélectionnés. Cette démarche fournit une solution correspondant au couple  $(\Delta T, Q)$  considéré parmi tous les couples optimaux. Cependant, se limiter aux solutions ainsi obtenues par les divers couples optimaux reviendrait à introduire les trois principes limitatifs suivants :

(a) Les utilités chaudes (resp. froides) doivent être réservées au réchauffement (resp. refroidissement) des courants les moins froids (resp. chauds) parmi l'ensemble des courants froids (resp. chauds).

(b) Le réseau d'échange doit être à contre-courant.

Signalons que, conformément à ce qui a été dit dans la première partie, nous appelons réseau d'échange à contre-courant, un réseau qui satisfait la condition :

$$(T_{F2} - T_{F1})(T_{c2} - T_{c1}) \geq 0$$

où  $(T_{F1}, T_{c1})$  et  $(T_{F2}, T_{c2})$  sont deux couples de températures concernés par deux points quelconques de la surface d'échange, appartenant ou non au même échangeur.

Il faut remarquer que cette condition de contre-courant pour un réseau d'échanges est plus restrictive que la simple condition d'être composée d'échanges chacun à contre-courant.

La conjonction des trois principes limitatifs précédents présente un avantage quantifiable en introduisant le facteur d'aire d'échange défini par l'intégrale suivante, étendue à toute la surface d'échange :

$$\int \frac{dq}{T_c - T_F}$$

où  $dq$ ,  $T_c$  et  $T_F$  désignent respectivement le flux de chaleur échangé à travers un élément de la surface d'échange, la température chaude et la température froide de part et d'autre de cet élément.

Si le coefficient de transfert thermique est le même en tout point de la surface d'échange, on obtient l'aire d'échange en divisant le facteur d'aire d'échange par le coefficient de transfert thermique.

Lorsque  $q_F$  (resp.  $q_c$ ) est continue et strictement croissante (resp. décroissante) dans l'intervalle  $(T_{F1}^L, T_{F2}^L)$ , (resp.  $T_{c1}^L, T_{c2}^L$ ) le facteur d'aire d'échange est égal à :

$$\int_0^Q \frac{dx}{\theta_c(x) - \theta_F(x)}$$

où  $\theta_F(x)$  et  $\theta_c(x)$  sont déterminés par les deux relations :

$$q_F(\theta_F(x)) = x$$

$$Q - q_c(\theta_c(x)) = x.$$

Un raisonnement analogue à celui de Nishida *et al.* [3] montre que la valeur du facteur d'aire d'échange ainsi obtenue est minimale pour un réseau interne échangeant un flux de chaleur égal à  $Q$ . Ceci prouve en outre que la minimisation du facteur d'aire d'échange, pour  $Q$  donné, assure la maximisation de  $\Delta T$ .

Cependant, on doit également noter que les deux premiers principes limitatifs sont défavorables du point de vue de l'aire d'échange concernant les utilités chaudes et froides, que le facteur d'aire d'échange du réseau interne représente imparfaitement l'aire de ce réseau et que, en tout cas, le flux de chaleur récupéré et l'aire totale d'échange ne sont pas les seuls paramètres à devoir être pris en considération.

Ainsi, nous ne pouvons qu'accorder une attention particulière aux solutions obtenues à partir des trois principes limitatifs que nous avons énoncés.

### 4.3. Défaut de récupération d'énergie

Nous appellerons défaut intrinsèque de récupération d'énergie du réseau interne considéré, la valeur égale à :

$$Q_R(\Delta T) - Q = M(q_F, q_c, \Delta T) - M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, \Delta T).$$

Ce défaut est nécessairement  $\geq 0$ , il est nul pour tout réseau appartenant à la famille considérée au paragraphe précédent.

Soit  $\hat{e}$  la borne supérieure des valeurs de  $e$  qui satisfont la condition :

$$M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, e) = Q.$$

Il est facile de vérifier que cette condition sur  $e$  est équivalente à :  $e \leq \hat{e}$ . Elle est satisfaite en particulier pour  $e = \Delta T$ .

Nous définirons le défaut de récupération d'énergie relatif à un écart de température  $e \leq \hat{e}$ , en posant qu'il vaut :

$$Q_R(e) - Q = M(q_F, q_c, e) - M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, e).$$

Le défaut intrinsèque :  $Q_R(\Delta T) - Q$ , peut alors être considéré comme la somme de deux termes  $\geq 0$  :

$$Q_R(\Delta T) - Q = (Q_R(\hat{e}) - Q) + (Q_R(\Delta T) - Q_R(\hat{e})).$$

Le terme  $Q_R(\hat{e}) - Q$ , défaut relatif à  $\hat{e}$ , est la plus petite valeur que peut prendre le défaut intrinsèque d'un réseau interne correspondant à :  $(q_F, \hat{q}_c)$ . On peut donc considérer qu'il s'agit du terme introduit par le choix des réchauffements et refroidissements effectués par le réseau interne considéré. Tandis que le terme  $Q_R(\Delta T) - Q_R(\hat{e})$ , est dû au choix de la manière dont les réchauffements et refroidissements sont effectués les uns par les autres.

### 4.4. Evaluation du défaut de récupération introduit par une division du problème

Supposons qu'on procède à une division en deux parties des réchauffements et refroidissements demandés.

Soient :  $q_{F1}, q_{F2}, q_{c1}, q_{c2}$ , les fonctions représentatives des résultats de ce partage.

Supposons qu'on interdise les couplages entre les réchauffements (resp. refroidissements) de la 1ère partie, et les refroidissements (resp. réchauffements) de la 2ème partie. Cela revient à décomposer le problème défini par :  $(q_F, q_c)$ , en celui défini par :  $(q_{F1}, q_{c1})$  et celui défini par :  $(q_{F2}, q_{c2})$ .

Dans ces conditions la quantité de chaleur récupérable sous la contrainte  $\Delta T \geq e$ , sera :

$$M(q_{F1}, q_{c1}, e) + M(q_{F2}, q_{c2}, e)$$

qui est en tout cas  $\leq M(q_F, q_c, e)$ .

La division considérée introduit donc un défaut de récupération d'énergie, relatif à  $e$ , égal à :

$$M(q_F, q_c, e) - (M(q_{F1}, q_{c1}, e) + M(q_{F2}, q_{c2}, e)).$$

Considérons le cas où la première partie des réchauffements et refroidissements demandés est celle

effectuée par le réseau interne de caractéristiques :  $\hat{q}_F, \hat{q}_c, Q, \Delta T$ .

Alors le défaut de récupération de ce réseau interne :

$$M(q_F, q_c, \Delta T) - M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, \Delta T)$$

peut s'écrire comme la somme de deux termes  $\geq 0$ . Le premier de ces termes valant :

$$M(q_F, q_c, \Delta T) - (M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, \Delta T)$$

$$+ M(q_F - \hat{q}_F, q_c - \hat{q}_c, \Delta T))$$

représente le défaut introduit par la division du problème imposé par le réseau interne considéré.

Le second de ces termes valant :

$$M(q_F - \hat{q}_F, q_c - \hat{q}_c, \Delta T)$$

peut être corrigé en ajoutant des échangeurs au réseau interne.

Il y a lieu de s'intéresser aussi au défaut introduit par la division du problème imposé par un sous-réseau (éventuellement réduit à un échangeur) du réseau interne considéré.

### 4.5. Analyse du défaut de récupération relatif à partir d'un couple de températures

Considérons un réseau permettant d'effectuer l'une par l'autre une partie des réchauffements demandés, représentée par  $\hat{q}_F$  et une partie des refroidissements demandés, représentée par  $\hat{q}_c$  qui échange un flux de chaleur égal à  $Q$  et ayant une différence de température minimale égale à  $\Delta T$ , avec  $\Delta T \geq e$ .

Soit  $(T_F, T_c)$  un couple de nombres tels que  $e = T_c - T_F \leq \Delta T$  et désignons par :

$q_{11}$  le flux de chaleur provenant d'un fluide à une température inférieure à  $T_c$  et fourni à un fluide à une température inférieure ou égale à  $T_F$ .

$q_{12}$  le flux de chaleur provenant d'un fluide à une température supérieure ou égale à  $T_c$  et fourni à un fluide à une température inférieure ou égale à  $T_F$ .

$q_{21}$  le flux de chaleur provenant d'un fluide à une température inférieure à  $T_c$  et fourni à un fluide à une température supérieure à  $T_F$ .

$q_{22}$  le flux de chaleur provenant d'un fluide à une température supérieure ou égale à  $T_c$  et fourni à un fluide à une température supérieure à  $T_F$ .

On peut alors écrire les trois bilans thermiques suivants :

$$Q = q_{11} + q_{12} + q_{21} + q_{22}$$

$$\hat{q}_F(T_F) = q_{11} + q_{12}$$

$$\hat{q}_c(T_F) = q_{12} + q_{22}.$$

La condition  $T_c - T_F \leq \Delta T$  implique  $q_{21} = 0$  d'où :

$$Q = \hat{q}_F(T_F) + \hat{q}_c(T_c) - q_{12}$$

et  $M(q_F, q_c, e) - Q$  s'écrit sous la forme :

$$M(q_F, q_c, e) - Q = [q_F(T_F) - \hat{q}_F(T_F)] + [q_c(T_c)$$

$$- \hat{q}_c(T_c)] + q_{12} - [q_F(T_F) + q_c(T_c) - M(q_F, q_c, e)].$$

Le terme  $M(q_F, q_c, e) - Q$ , en tout cas positif ou nul, est ce que nous avons appelé le défaut de récupération d'énergie relatif à  $e$ . Nous le noterons  $D$ .

Le terme  $q_F(T_F) - \hat{q}_F(T_F)$ , en tout cas positif ou nul, représente le flux de chaleur que les utilités chaudes devront fournir aux courants froids dont les températures sont inférieures ou égales à  $T_F$ . Nous le noterons  $U_c(T_F)$ . Le terme  $q_c(T_c) - \hat{q}_c(T_c)$  en tout cas positif ou nul, représente le flux de chaleur que les utilités froides devront enlever aux courants chauds dont les températures sont supérieures ou égales à  $T_c$ . Notons le  $U_F(T_c)$ . Le terme  $q_{12}$ , en tout cas positif ou nul, sera noté  $V(T_F, T_c)$ . Enfin le terme  $q_F(T_F) + q_c(T_c) - M(q_F, q_c, e)$ , en tout cas positif ou nul, représente l'écart entre la valeur de  $q_F(T_F) + q_c(T_c)$  et la valeur minimale que cette somme aurait pu prendre sous la contrainte  $T_F - T_c = e$ . Nous le noterons  $W(T_F, T_c)$ .

Le défaut de récupération  $D$  s'exprime alors sous la forme :

$$D = U_c(T_F) + U_F(T_c) + V(T_F, T_c) - W(T_F, T_c).$$

#### 4.6. Généralisation des "Pinchs principles"

Nous dirons que le couple  $(T_F, T_c)$  considéré qui, rappelons le, satisfait  $T_F - T_c = e$ , est un couple de températures limite, lorsqu'il satisfait de plus à  $W(T_F, T_c) = 0$ .

C'est dire que ce couple permet de minimiser  $(q_F(T_F) + q_c(T_c))$  sous la contrainte  $T_F - T_c = e$ . On a là une généralisation de ce que Linnhoff appelle un "Pinch" (voir [1, 2, 4]).

On notera que si les fonctions  $q_F$  et  $q_c$  sont continues, il y a au moins un couple de températures limite et il peut y en avoir plusieurs.

On retrouve une généralisation des 3 "Pinchs principles" énoncés par Linnhoff en remarquant que, dans le cas où  $(T_F, T_c)$  est un couple de températures limite,  $D$  ne peut être nul que si les 3 quantités  $U_c(T_c)$ ,  $U_F(T_c)$ ,  $V(T_F, T_c)$  sont nulles.

Ce qui peut s'énoncer pour qu'un réseau interne, ayant une différence de température  $\geq e$ , échange un flux de chaleur égal à  $Q_R(e)$ , il faut et il suffit que soient satisfaites les trois conditions suivantes :

(a) Ne pas consommer d'utilité chaude pour réchauffer un courant froid dont la température est inférieure ou égale à  $T_F$ .

(b) Ne pas consommer d'utilité froide pour refroidir un courant chaud dont la température est supérieure ou égale à  $T_c$ .

(c) Ne pas fournir de la chaleur provenant d'un courant chaud dont la température est supérieure ou égale à  $T_c$  à un courant froid dont la température est inférieure ou égale à  $T_F$ .

On remarquera que ces 3 conditions reviennent à imposer une certaine division du problème fondée sur  $T_F$  et  $T_c$ .

Tableau 2. Expressions analytiques de  $q_F(T_F)$  (exemple I)

$T_F$ (°C)	$q_F(T_F)$ (kW)
$\leq 10$	0
de 10 à 145	$10T_F - 100$
$\geq 145$	1350

#### 4.7. Exemple

Nous allons illustrer l'évolution des trois composantes ( $U_c(T_F)$ ,  $U_F(T_c)$  et  $V(T_F, T_c)$ ) du défaut de récupération d'énergie  $D$  à l'aide de l'exemple I présenté ci-avant.

Les fonctions  $q_F(T_F)$  et  $q_c(T_c)$  représentées sur la Fig. 1 sont exprimées analytiquement dans les Tableaux 2 et 3.

Nous avons choisi, sur la Fig. 3 montrant l'évolution de  $Q_R(e)$  le point C qui est susceptible de convenir comme nous l'avons déjà souligné. Il correspond à  $e = 60^\circ\text{C}$ . On peut vérifier que lorsque  $T_F$  et  $T_c$  varient sous la contrainte  $T_c - T_F = 60^\circ\text{C}$ , le minimum de  $q_F(T_F) + q_c(T_c)$  est égal à 190 kW. Ce résultat est facile à obtenir en considérant successivement les possibilités suivantes :

ou bien :

$$T_F \in E_F = \{10, 145\} \text{ et alors } T_c = T_F + 60$$

ou bien :

$$T_c \in E_c = \{25, 60, 70, 80, 120, 180, 190, 210\}$$

et alors :

$$T_F = T_c - 60.$$

Ce minimum est obtenu en particulier pour le couple  $T_F = 10^\circ\text{C}$  et  $T_c = 70^\circ\text{C}$ .

Ainsi  $M(q_F, q_c, 60) = Q_R(60) = 190$  kW et (10, 70) représente un couple de températures limite associé à la différence  $e = 60^\circ\text{C}$ .

Choisissons une fonction  $\hat{q}_F$  et une fonction  $\hat{q}_c$  de telle façon qu'elles puissent représenter les réchauffements et refroidissements effectués dans un réseau interne ayant un  $\Delta T$  au moins égal à  $60^\circ\text{C}$ .

Ces conditions s'écrivent :

$$\hat{q}_F \in F_F, \quad q_F - \hat{q}_F \in F_F, \quad \hat{q}_c \in F_c, \quad q_c - \hat{q}_c \in F_c$$

$$\text{Max}_{T_F}(\hat{q}_F(T_F)) = M(\hat{q}_F, \hat{q}_c, 60) = \text{Max}_{T_c}(\hat{q}_c(T_c)).$$

Tableau 3. Expressions analytiques de  $q_c(T_c)$  (exemple I)

$T_c$ (°C)	$q_c(T_c)$ (kW)
$\geq 210$	0
de 190 à 210	$420 - 2T_c$
de 180 à 190	40
de 120 à 180	$290 - T_c$
de 80 à 120	$340 - 2T_c$
de 70 à 80	$260 - T_c$
de 60 à 70	190
de 25 à 60	$550 - 6T_c$
$\leq 25$	400

Tableau 4. Représentation analytique de la fonction  $\hat{q}_F(T_F)$ 

$T_F$ (°C)	$\hat{q}_F(T_F)$ (kW)
$\leq 20$	0
de 20 à 48	$5T_F - 100$
$\geq 48$	140

Tableau 5. Représentation analytique de la fonction  $\hat{q}_c(T_c)$ 

$T_c$ (°C)	$\hat{q}_c(T_c)$ (kW)
$\geq 210$	0
de 190 à 210	$420 - 2T_c$
de 180 à 190	40
de 80 à 180	$220 - T_c$
$\leq 80$	140

On vérifie que toutes ces conditions sont satisfaites, en particulier, par les fonctions  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_c$  définies et représentées analytiquement dans les Tableaux 4 et 5.

Ici :

$$\hat{Q}_F = 140 = \hat{Q}_c$$

le défaut de récupération vaut donc :

$$M(q_F, q_c, 60) - Q = 190 - 140 = 50 \text{ kW.}$$

La composante  $U_F(T_c)$  de ce défaut qu'on peut attribuer au mauvais usage des utilités froides, c'est celle due à la partie des refroidissements qui est laissée aux utilités froides, bien qu'elle concerne des courants chauds à des températures supérieures ou égales à la température limite 70°C.

Elle vaut :

$$U_F(T_c) = q_c(70) - \hat{q}_c(70) = 50 \text{ kW.}$$

La composante  $U_c(T_F)$  de ce défaut qu'on peut attribuer au mauvais usage des utilités chaudes, c'est celle due à la partie des réchauffements qui est laissée aux utilités chaudes, bien qu'elle concerne des courants froids à des températures inférieures ou égales à la température limite 10.

Elle vaut :

$$U_c(T_F) = q_F(10) - \hat{q}_F(10) = 0.$$

Cette valeur nulle est une conséquence du fait que la température limite 10°C est aussi la plus basse température concernée par les réchauffements demandés.

La composante  $V(T_F, T_c)$  de ce défaut qu'on peut attribuer à un mauvais croisement, est celle qui est due aux échanges entre des courants froids à des températures inférieures ou égales à la température limite 10°C et des courants chauds à des températures supérieures ou égales à la température limite 70°C.

La connaissance du défaut  $D$  de récupération et de ces deux premières composantes  $U_c(T_F)$  et  $U_F(T_c)$  permet d'évaluer la troisième composante  $V(T_F, T_c)$ ,

elle vaut :

$$D - U_c(T_F) - U_F(T_c) = 50 - (50 + 0) = 0.$$

Là encore, cette valeur nulle est une conséquence nécessaire du fait que la température limite 10°C est aussi la plus basse température concernée par les réchauffements demandés.

## 5. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ces deux parties une étude théorique, fondée sur la thermodynamique, du problème de la récupération d'énergie dans les réseaux d'échangeurs de chaleur. La formulation proposée pour l'évaluation de la récupération d'énergie optimale, est aisément mise en oeuvre, surtout lorsque les chaleurs spécifiques sont supposées constantes et les changements de phase exclus. On a vu qu'il était possible de calculer les dérivées de  $Q_R(e)$  et judicieux de s'intéresser à leur discontinuité pour choisir un couple  $(\Delta T, Q)$  parmi ceux qui sont optimaux.

Nous avons montré l'intérêt d'une classification des réseaux internes fondée essentiellement sur les fonctions  $\hat{q}_F$  et  $\hat{q}_c$  représentant les réchauffements et refroidissements effectués dans ce réseau, et sur le paramètre supplémentaire  $\Delta T$ . Nous avons souligné (dans la 2ème Partie) les propriétés optimales des réseaux internes apparus au cours de la démonstration (faite dans la 1ère Partie) de la relation exprimant  $Q_R(e)$ . Nous avons défini les défauts de récupération d'énergie des réseaux internes quelconques, et développé l'étude de ces défauts.

Certains résultats de cette étude thermodynamique avaient été partiellement dégagés par des travaux antérieurs, en particulier ceux de Linnhoff *et al.* Notre approche apporte des démonstrations rigoureuses et un maximum de généralité. On obtient ainsi un outil théorique intéressant pour l'ingénieur et une base possible pour le développement d'autres théories en vue de la conception optimale des réseaux d'échangeurs de chaleur. Cependant, il semble indispensable de conjuguer les résultats de l'étude thermodynamique avec des méthodes tenant compte de facteurs technico-économiques.

## BIBLIOGRAPHIE

1. B. Linnhoff and J. R. Flower, Synthesis of heat exchanger networks—I. Systematic generation of energy optimal networks, *A.I.Ch.E. Jl* **24**, 633-642 (1978).
2. B. Linnhoff and J. R. Flower, Synthesis of heat exchanger networks—II. Evolutionary generation of networks with various criteria of optimality, *A.I.Ch.E. Jl* **24**, 642-653 (1978).
3. N. Nishida, S. Kobayashi and A. Ichikawa, Optimal synthesis of heat exchange systems. Necessary conditions for minimum heat transfer area and their application to system synthesis, *Chem. Engng Sci.* **26**, 1841-1856 (1971).
4. B. Linnhoff and E. Hindmarsh, The pinch design method for heat exchanger networks, *Chem. Engng Sci.* **38**, 745-763 (1983).

**OPTIMAL HEAT RECOVERY IN HEAT EXCHANGER NETWORKS—II.  
EXAMPLES AND CLASSIFICATION OF FEASIBLE NETWORKS**

**Abstract**—The general study of the function  $Q_R(\Delta T)$  representing the recoverable energy as a function of the temperature difference between hot and cold streams, was developed in the first part of this paper. These theoretical results are studied thoroughly when the specific heats are assumed to be constant and phase changes excluded. In that case, it can be proved that the function  $Q_R$  is a linear function on intervals and two illustrative examples are presented. Coming back to the general case, a purely thermodynamic study is carried out, leading to a network classification and an analysis of the optimality deviation and an illustrative example is given.

**OPTIMALE WÄRMERÜCKGEWINNUNG IN WÄRMEAUSTAUSCHER-  
NETZWERKEN—II. BEISPIELE UND KLASIFIZIERUNG MÖGLICHER NETZWERKE**

**Zusammenfassung**—Im ersten Teil dieses Beitrags wurde die Funktion  $Q_R(\Delta T)$  untersucht; sie stellt die rückgewinnbare Wärme abhängig von der Temperaturdifferenz zwischen heißen und kalten Strömen dar. Diese theoretischen Ergebnisse wurden unter der Annahme konstanter spezifischer Wärmekapazitäten und unter Ausschluß von Phasenänderungen gründlich analysiert. Für diesen Fall kann gezeigt werden, daß die Funktion  $Q_R$  eine abschnittsweise lineare Funktion ist. Es werden zwei veranschaulichende Beispiele vorgestellt. Für den allgemeinen Fall wurde eine rein thermodynamische Studie durchgeführt, die zu einer Netzwerk-Klassifizierung und einer Analyse der Abweichung vom optimalen Fall führt; es wird ein veranschaulichendes Beispiel gegeben.

**ОПТИМАЛЬНАЯ РЕГЕНЕРАЦИЯ ЭНЕРГИИ В СЕТЯХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ—  
II. ПРИМЕРЫ И КЛАССИФИКАЦИЯ ВЕРОЯТНЫХ СЕТЕЙ**

**Аннотация**—В первой части статьи исследована величина  $Q_R(\Delta T)$ , представляющая регенерируемую энергию, как функция разности температур горячих и холодных потоков. Полученные теоретические результаты проанализированы для случая постоянной удельной теплоемкости и без фазовых переходов. Даны два иллюстративных примера, показывающих, что  $Q_R$  является линейной функцией на интервалах. Для общего случая проводится термодинамическое исследование, позволяющее классифицировать сети теплообменников. Анализируются оптимальные отклонения, и дан иллюстративный пример.